Розв’язки завдань ІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з

астрономії

**11 клас**

1. У Сумах ( = 50°55*'*) в деякий день опівдні Сонце спостерігалося на висоті 62°32*'*. Визначте схилення Сонця і дату спостереження.

**Розв’язок**

Висота Сонця опівдні (в верхній кульмінації)

ℎв = 90° − 𝜑 + 𝛿⊙,

де φ – широта місця спостереження,

𝛿⊙ – схилення Сонця. Звідси знаходимо:

𝛿⊙ = ℎв + 𝜑 − 90° = 62°32′ + 50°55′ − 90° = 23°27′.

Таке схилення Сонця в день літнього сонцестояння, тобто дата спостереження 21 червня.

1. Подвійна система складається з двох зір однакових розмірів, але їх температура відрізняється в 2 рази. Визначте амплітуду зміни зоряної величини, якщо нахил орбіти відсутній. В скільки разів при цьому змінюється блиск системи? Зобразіть схематично криву блиску.

**Розв’язок**

Світність зорі ***L*** пропорційна *T*4 *∙R*2 (або може бути знайдена з використанням закону Стефана-Больцмана: 𝐿 = 𝜀𝑆 = 𝜎𝑇4 ∙ 4𝜋𝑅2), звідки для відношення світностей маємо:

$$\frac{L\_{2}}{L\_{1}}= \frac{T\_{2}^{4}∙ R\_{2}^{2}}{T\_{1}^{4}∙ R\_{1}^{2}}=\frac{T\_{2}^{4}}{T\_{1}^{4}}= \left(\frac{T\_{2}}{T\_{1}}\right)^{4}=2^{4}=16$$

(розміри зір за умовою однакові).

Оскільки відстані від спостерігача до обох зір однакові, їх блиски також відрізняються в 16 разів:

$$\frac{E\_{2}}{E\_{1}}= 16$$

Сумарний блиск затемнювано-змінної зорі в максимумі буде дорівнювати

сумі блисків:

𝐸𝑚𝑎𝑥 = 𝐸1 + 𝐸2 = 𝐸1 + 16𝐸1 = 17𝐸1*.*

В мінімумі блиску яскравий компонент повністю невидимий,

*Еmіn* = *Е*1.

Отже, блиск системи змінюється в 17 разів. Тоді згідно з формулою Погсона

∆𝑚 = 𝑚𝑚𝑎𝑥 − 𝑚𝑚𝑖𝑛 = −2,5𝑙𝑔 $\frac{E\_{max}}{E\_{min}}$ = −2,5 ∙ 𝑙𝑔17 = −3,1𝑚.

Між двома основними мінумумами блиску буде спостерігатись

додатковий мінімум малої глибини (він відповідає проміжку, коли менш яскравий компонент невидимий за яскравішим). Графік зміни блиску схематично має вигляд:



1. Проникна сила телескопа 19*m*. Чи можна з його допомогою зареєструвати кульове скупчення із мільйона зір подібних Сонцю, що знаходяться в сусідній галактиці на відстані 10 Мпк?

**Розв’язок.**

За формулою Погсона

𝑙𝑔$\frac{E\_{c}}{E\_{⊙}}$= 0,4(𝑀⊙ − 𝑀𝑐),

де *Ec*, *Mc* – блиск і абсолютна зоряна величина скупчення,

*E*⊙, *M*⊙ – те ж для Сонця. Світність скупчення *Ec*=106*E*⊙.

Абсолютна зоряна величина Сонця *M*⊙5m, тоді

𝑀⊙ − 𝑀𝑐 = 2,5𝑙𝑔$\frac{E\_{c}}{E\_{⊙}}$

𝑀𝑐 = 𝑀⊙ − 2,5𝑙𝑔 $\frac{E\_{c}}{E\_{⊙}}$= 5 − 2,5𝑙𝑔 106 = 5 − 15 = −10𝑚.

Зв’язок видимої і абсолютної зоряних величин скупчення:

𝑀𝑐 = 𝑚 + 5 − 5 lg 𝑟,

де r – відстань до скупчення в парсеках. Звідси

𝑚 = 𝑀𝑐 − 5 + 5 lg 𝑟 = −10 − 5 + 5 lg 107 = 20𝑚, отже, скупчення в телескоп не видно.

1. Оцініть густину чорної діри в центрі Галактики, якщо відомо, що навколо неї з періодом 15,2 року обертається зірка з еліптичною орбітою, яка має велику піввісь, що дорівнює 5,5 світлових діб.

**Розв’язок**

Запишемо узагальнений третій закон Кеплера,

$$\frac{T^{2}(M+m\_{3})}{a^{3}}=\frac{4π^{2}}{G}$$

Нехтуючи масою зорі порівняно з масою чорної діри, одержимо:

$M=\frac{4π^{2}a^{3}}{GT^{2}}$.

Радіус чорної діри знаходимо з умови, що друга космічна швидкість на її

поверхні дорівнює швидкості світла:

$ v\_{2}=\sqrt{\frac{2GM}{R}=c}$,

звідки

$\frac{2GM}{R}=c^{2}$

$R=\frac{2GM}{c^{2}}=\frac{2G}{c^{2}}∙\frac{4π^{2}a^{3}}{GT^{2}}=\frac{8π^{2}a^{3}}{c^{2}T^{2}}$*.*

Вважаючи діру сферичною, знаходимо її об’єм:

$V=\frac{4}{3}πR^{3}=\frac{4}{3}π∙\frac{8G^{3}M^{3}}{3c^{6}}=\frac{32πG^{3}M^{3}}{3c^{6}}$.

Густина речовини чорної діри

 $ρ=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{32πG^{3}M^{3}}{3c^{6}}}=\frac{3c^{6}}{32πG^{3}M^{2}}=\frac{3c^{6}}{32πG^{3 }∙ \frac{16π^{4}a^{6}}{G^{2}T^{4}}}=\frac{3c^{6}T^{4}}{512π^{4}a^{6}G}$ .

Враховуючи, що

*Т*=15,2 року=4,80∙108 секунд,

*а*=5,5∙24∙3600∙*с*4,75∙105∙*с* (м, в цьому виразі *с* – швидкість світла), знаходимо:

3𝑐6⋅4,804⋅1032

𝜌 =

512⋅3,145⋅4,756⋅1030⋅𝑐6∙6,67⋅10−11

≈ 1,3 ⋅ 106 (кг/м3)