***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**6 клас**

1. У кімнаті, що має прямокутну форму, розставити 14 стільців так, щоб вздовж кожної стінки стояла однакова кількість стільців.
2. При додаванні трьох чисел цифри замінили літерами (однакові цифри — однаковими літерами) та одержали результат:



Відновити цифри, які замінено літерами.

1. У книзі 400 сторінок. З’ясуйте, скільки разів при нумерації сторінок зустрічається цифра 9? Відповідь обґрунтуйте.
2. Знайти найменше натуральне число, яке при діленні на 2, 3, 5,11 і 13 дає в остачі 1.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється

***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**7 клас**

1. Дано відрізки довжиною 10, 20, 30 і 40 см. Скільки з них можна скласти різних рівнобедрених трикутників?
2. При множенні двох чисел деякі цифри замінили \* («зірочками») та одержали результат:



Відновити цифри, які замінено зірочками.

1. У листопаді Денис кожного дня купував собі від однієї до трьох новорічних іграшок. Першого грудня він спробував усі куплені іграшки розставити в прямокутник. Коли він розставив їх у ряди по 7 іграшок у кожному ряді, то виявились 6 зайвих іграшок. Коли розставив у ряди по 10 іграшок, то зайвими лишилися 3 іграшки. З’ясуйте, чи зможе Денис розставити їх у ряди по 4 іграшки? Відповідь обґрунтуйте.
2. На дошці записані числа 1, 2, 3, …, 2022. Оленка підкреслила усі числа, які діляться на 2, потім – усі числа, які діляться на 3, і, нарешті, – усі числа, які діляться на 5. З’ясуйте, скільки чисел Оленка підкреслила двічі? Відповідь обґрунтуйте.
3. Серед учнів 7 класу, що цікавляться математикою 20% тих, які цікавляться ще й хімією, а 25% учнів, які цікавляться хімією, цікавляться також і математикою. І тільки двом учням не цікавий жоден із цих предметів. Скільки учнів у 7 класі, коли відомо, що їх більше 20, але менше 30?

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється

***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**8 клас**

1. Ненульові числа $a, b$ задовольняють умови:

$6a+6b=\frac{25}{a}+\frac{25}{b}=25$*.*

Знайдіть значення виразу $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$.

1. Скільки розв’язків залежно від значення параметра $a$ має рівняння:

$\left|x+5\right|+\left|x-3\right|=a$.

1. На нараду в олімпійський комітет для обговорення питань олімпіад запросили 30 спортсменів з футболу, баскетболу, волейболу та тенісу. Серед запрошених баскетболістів та тенісистів разом виявилось удвічі менше, ніж футболістів, а баскетболістів і волейболістів разом удвічі більше, ніж тенісистів. З’ясуйте, скільки на зустріч запросили футболістів, якщо спортсменів із кожного виду спорту була різна кількість? Вiдповiдь обгрунтуйте.
2. Заданий ромб, у якого всі сторони та одна з діагоналей рівні 10 см. Усередині або на сторонах цього ромба вибирають довільним чином 9 точок. Доведіть, що принаймні дві з них знаходяться на відстані не більшій від 5 см.
3. На сторонi AB трикутника ABC задано точку F. Вiдрiзок CF перетинає медiану AM трикутника в точцi D, причому AF = AD. Знайти вiдношення BF : DM.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється

***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**9 клас**

1. Обчисліть значення виразу:

$\sqrt{2022+2\sqrt{2021}}-\sqrt{2022-2\sqrt{2021}}$.

1. Спростіть вираз:

$a^{3}+b^{3}+3\left(a^{3}b+ab^{3}\right)+6(a^{3}b^{2}+a^{2}b^{3})$,

де $a i b-$ корені рівняння $x^{2}-x+q=0.$

1. Є дві посудини ємністю 1 л кожна. Одна з них наповнена соком, а інша – порожня. Сік послідовно переливають з першої посудини в другу, з другої – у першу, з першої – знову в другу і т. д., причому частка соку, що відливається, становить відповідно 1/2, 1/3, 1/4 і т. д. від кількості соку в посудині, з якої він відливається. Скільки соку буде у кожній із посудин після 125 переливань?
2. Знайдіть всі тризначні числа $\overbar{abc}$, квадрати яких закінчуються на $\overbar{abc}$.
3. Дано прямокутник ABCD. Точка К лежить на стороні AD, точка N лежить на стороні CD. Доведіть, що площа трикутника BNK не більша за половину площі прямокутника ABCD.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів Використання цифрових пристроїв не дозволяється

***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**10 клас**

1. Обчисліть: $\sqrt{1+2021\sqrt{1+2022\sqrt{1+2023∙2025}}}$ .
2. Побудувати геометричне місце точок площини, що задовольняють задану нерівність:

$\left|y-2022\right|\leq \left(\sqrt{x^{2}-1}+\sqrt{1-x^{2}}\right)^{2022}$*.*

1. На площині розташовані 2022 точки так, що кожні три з них утворюють трикутник з площею, що не перевищує 1. З’ясуйте, чи можна всі ці точки покрити трикутником з площею 4? Вiдповiдь обгрунтуйте.

4. Знайдіть всі прості числа $p$ такі, що число $p^{2}+11$ має рівно 6 різних дільників (у тому числі одиницю і саме число).

1. У трикутнику ABC кут B дорівнює 60°. Точки P та Q лежать на сторонах трикутника AB та BC відповідно, причому AP=CQ та AP+PQ=AC. Доведіть, що трикутник ABC є рівностороннім.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється

***ІІ етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2023 рік***

**11 клас**

1. Доведіть, що число $\sqrt{\sqrt{19}-\sqrt{3-8\sqrt{35-8\sqrt{19}}}}$ є цілим.
2. Розв'яжіть рівняння:

$$2022^{x}-2021^{x}=1.$$

1. Скількома способами на шахівницю $n×n$, $n\geq 3$, із якої вирізані дві протилежні по діагоналі кутові клітинки $1×1$, можна виставити n тур, жодні дві з яких не атакують одна одну?

Тура – це шахова фігура, яка атакує всі поля як по горизонталі, так і по вертикалі відносно поля, у якому вона розташована.

1. У змаганні з бігу беруть участь 100 учнів. Відомо, що серед будь-яких 12 із них знайдуться двоє, які навчаються в одному класі. Доведіть, що незалежно від того, як роздали учням стартові номери (не обов'язково від 1 до 100, а у довільному порядку в межах від 1 до 100), знайдуться два учні з одного класу, номери яких починаються з однієї і тієї ж цифри.
2. У паралелограмі $ABCD$ відомо, що $∠B<90°$ і $AB<BC.$ Точки $E$ і $F$ лежать на описаному навколо трикутника $ABC$ колі $ω$. Дотичні до $ω$ в цих точках проходять через $D$, при цьому $∠EDA=∠FDC$. Знайдіть кут $ABC$.

На виконання роботи відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання цифрових пристроїв не дозволяється